МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теоретических основ компьютерной безопасности и криптографии

**Протоколы открытого распределения ключей**

ОТЧЁТ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«КРИПТОГРАФИЧЕСКИЕ ПРОТОКОЛЫ»

студента 5 курса 531 группы

специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность

факультета компьютерных наук и информационных технологий

Гельфанова Даниила Руслановича

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Преподаватель  аспирант | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | Р. А. Фарахутдинов |
|  | подпись, дата |  |

Саратов 2023

**1 Постановка задачи**

Необходимо реализовать протокол открытого распределения ключей Диффи-Хеллмана.

**2 Теоретические сведения**

Определение. Если – простое число и , то называется *генератором* (*примитивом*) по модулю , если для каждого числа от до существует некоторое число .

Также существует следующее утверждение касательно примитива по модулю . Для того, чтобы число являлось примитивом по модулю , нужно, чтобы его порядок .

Определение. *Порядком* ненулевого элемента поля называется наименьшая степень .

Порядок группы .

Теорема Лагранжа. Порядок любого элемента конечной группы является делителем порядка группы.

Алгоритм Диффи-Хеллмана – первый в истории алгоритм с открытым ключом, был изобретен в 1976 году. Его безопасность опирается на трудность вычисления дискретных логарифмов в конечном поле (в сравнении с легкостью возведения в степень в том же самом поле). Алгоритм может быть использован для распределения ключей – Алиса и Боб могут воспользоваться этим алгоритмом для генерации секретного ключа, но его нельзя использовать для шифрования и дешифрования сообщений.

Математика несложна. Сначала Алиса и Боб вместе выбирают большие числа и так, чтобы было простым, а было примитивом по модулю. Эти 2 целых числа хранить в секрете необязательно, Алиса и Боб могут договориться об использовании по несекретному каналу. Эти числа даже могут совместно использоваться группой пользователей.

Алгоритм:

Вход: целое простое число .

Выход: – секретный ключ.

Шаг 1. Случайно выбирается примитивный элемент , который является примитивом по модулю .

Шаг 2. Алиса случайно выбирает большое целое число .

Шаг 3. Алиса вычисляет и пересылает Бобу.

Шаг 4. Боб случайно выбирает большое целое число .

Шаг 5. Боб вычисляет и пересылает Алисе.

Шаг 6. Алиса вычисляет .

Шаг 7. Боб вычисляет .

И , и равны . Никто из подслушивающих этот канал не сможет вычислить это значение, им известно только , , , . Пока они не смогут вычислить дискретный логарифм и раскрыть или , они не смогут решить проблему. Поэтому – это секретный ключ, который Алиса и Боб вычисляют независимо.

Алгоритм Диффи-Хеллмана имеет сложность, которая зависит от размера используемой модульной группы (числа в алгоритме). Обычно сложность оценивается как , где – это модуль, который используется для вычислений.

Однако важно отметить, что сложность алгоритма Диффи-Хеллмана связана с вычислениями в конечных полях и может изменяться в зависимости от конкретной реализации и параметров. Увеличение размера модульной группы может повысить уровень безопасности, но также увеличить вычислительную сложность.

**3 Результаты работы**

**3.1 Сведения о программе**

Программа была реализована на языке программирования Java. В ней есть 2 класса: и .

Класс – класс участника протокола. Для инициализации объекта указывается имя участника, простое число и его примитив . В классе реализованы следующие методы:

- private void generatePrivateInt() – генерация случайного числа пользователя;

- private void generatePublicInt() – вычисление числа, которое участник протокола посылает другому участнику;

- public void calculateKey (BigInteger otherParticipantNum) – вычисление секретного ключа.

В исполняемом классе для входного простого числа случайным образом выбирается примитивный корень . Затем создаются 2 объекта Participant – Алиса и Боб, для которых и происходит установление секретного ключа . В этом классе описаны следующие методы:

* public static BigInteger generatePrimitiveRoot(BigInteger n) – генерация примитива по модулю . В данном методы выбирается случайное число до . И начиная от него в цикле происходит поиск примитивного корня.
* public static boolean isPrimitive(BigInteger prime, BigInteger n, ArrayList<BigInteger> orders) – проверка, является число примитивом по утверждению, описанному в пункте 2.
* public static ArrayList<BigInteger> getDivisors(BigInteger num) – метод для получения списка делителей числа.

**3.2 Тестирование программы**

Для реализации модульного тестирования были написаны тестовые классы и .

В классе содержится один тестовый метод, в котором создаются 2 Participant объекта и проверяется, что сгенерированные ключи для каждого из участников одинаковы. Результат отработки теста представлен на рисунке 1.

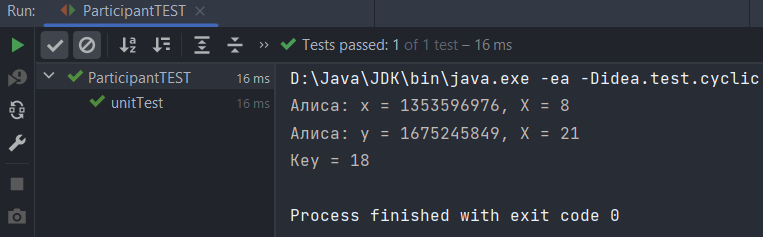


Рисунок 1 – Запуск ParticipantTEST

В классе содержится 3 тестовых метода. Первый метод проверяет корректность отработки метода нахождения делителей числа, второй метод проверяет работу метода , а третий – проверку генерации примитивного корня . Результат отработки тестов представлен на рисунке 2.

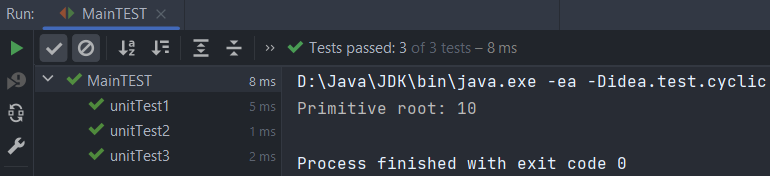


Рисунок 2 – Запуск MainTest

На рисунках 3-6 представлено тестирование программы.

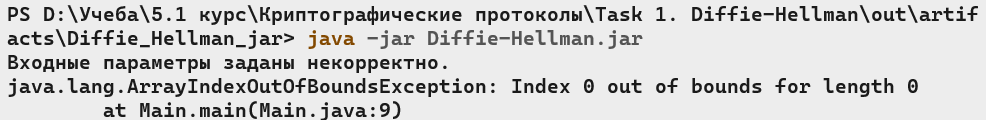


Рисунок 3 – Негативное тестирование (входной параметр не указан)

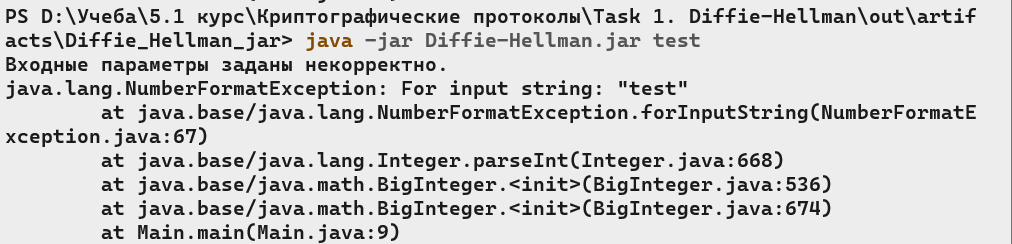


Рисунок 4 – Негативное тестирование (входной параметр не является числом)

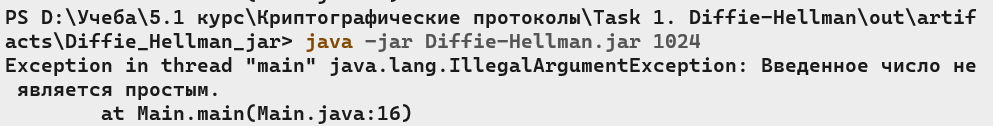
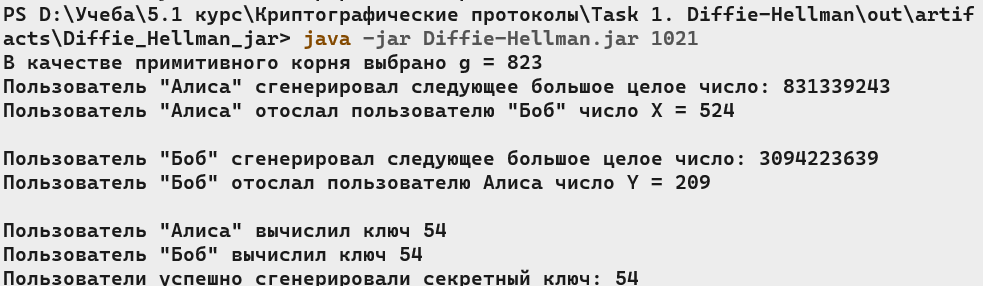


Рисунок 5 – Негативное тестирование (входной параметр не является простым числом)

Рисунок 6 – Положительное тестирование (входной параметр 1021)

На рисунке 5 представлено тестирование работы программы для решения системы линейных уравнений над конечным полем.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**

**Листинг программы**

import java.math.BigInteger;

import java.util.ArrayList;

import java.util.Random;

public class Main {

public static void main(String[] args) {

BigInteger n;

try {

n = new BigInteger(args[0]);

} catch (Exception e){

System.out.println("Входные параметры заданы некорректно.");

e.printStackTrace();

return;

}

if (!n.isProbablePrime(100)){

throw new IllegalArgumentException("Введенное число не является простым.");

}

BigInteger g = generatePrimitiveRoot(n);

System.out.println("В качестве примитивного корня выбрано g = " + g);

Participant alice = new Participant("Алиса", n, g);

Participant bob = new Participant("Боб", n, g);

System.out.println("Пользователь \"" + alice.getName() + "\" сгенерировал следующее большое целое число: " + alice.getPrivateInt());

System.out.println("Пользователь \"" + alice.getName() + "\" отослал пользователю \"" + bob.getName() + "\" число X = " + alice.publicInt);

bob.calculateKey(alice.publicInt);

System.out.println();

System.out.println("Пользователь \"" + bob.getName() + "\" сгенерировал следующее большое целое число: " + bob.getPrivateInt());

System.out.println("Пользователь \"" + bob.getName() + "\" отослал пользователю " + alice.getName() + " число Y = " + bob.publicInt);

alice.calculateKey(bob.publicInt);

System.out.println();

System.out.println("Пользователь \"" + alice.getName() + "\" вычислил ключ " + alice.getKey());

System.out.println("Пользователь \"" + bob.getName() + "\" вычислил ключ " + bob.getKey());

System.out.println("Пользователи успешно сгенерировали секретный ключ: " + alice.getKey());

}

private static BigInteger generatePrimitiveRoot(BigInteger n) {

Random rand = new Random();

BigInteger prime = new BigInteger(n.bitLength(), rand);

ArrayList<BigInteger> orders = getDivisors(n.subtract(BigInteger.ONE));

for(;;){

if (prime.compareTo(n) >= 0){

prime = BigInteger.ONE;

}

if (isPrimitive(prime, n, orders)){

return prime;

}

prime = prime.add(BigInteger.ONE);

}

}

private static boolean isPrimitive(BigInteger prime, BigInteger n, ArrayList<BigInteger> orders) {

if (prime.compareTo(BigInteger.ONE) < 0 || prime.compareTo(n) >= 0) {

return (false);

}

for (BigInteger each : orders) {

if (prime.modPow(each, n).compareTo(BigInteger.ONE) == 0) {

if (each.compareTo(n.subtract(BigInteger.ONE)) == 0) {

return (true);

}

break;

}

}

return (false);

}

private static ArrayList<BigInteger> getDivisors(BigInteger num) {

ArrayList<BigInteger> divisors = new ArrayList<>();

for (BigInteger i = BigInteger.ONE; i.compareTo(num.divide(BigInteger.TWO).add(BigInteger.ONE)) < 0; i = i.add(BigInteger.ONE)) {

if (num.mod(i).compareTo(BigInteger.ZERO) == 0){

divisors.add(i);

}

}

divisors.add(num);

return (divisors);

}

}

import java.math.BigInteger;

import java.util.Random;

public class Participant {

private String name;

private BigInteger n, g, key;

private BigInteger privateInt; // случайное большое целое число

public BigInteger publicInt; // это число пересылается другому пользователю

public BigInteger getPrivateInt() {

return privateInt;

}

public BigInteger getKey(){

return key;

}

public String getName() {

return name;

}

public Participant(String name, BigInteger n, BigInteger g){

try {

this.name = name;

this.n = n;

this.g = g;

} catch (Exception e) {

e.printStackTrace();

return;

}

this.generatePrivateInt();

this.generatePublicInt();

}

private void generatePrivateInt() {

Random rand = new Random();

this.privateInt = new BigInteger(32, rand); // от 0 до 2^32 - 1

}

private void generatePublicInt() {

this.publicInt = this.g.modPow(this.privateInt, n);

}

public void calculateKey (BigInteger otherParticipantNum){

this.key = otherParticipantNum.modPow(this.privateInt, this.n);

}

}

import org.junit.Assert;

import org.junit.Test;

import java.math.BigInteger;

import java.util.ArrayList;

import java.util.List;

public class MainTEST {

@Test

public void unitTest1() {

ArrayList<BigInteger> expectedDivisors = new ArrayList<>(

List.of(new BigInteger("1"),

new BigInteger("2"),

new BigInteger("11"),

new BigInteger("22")));

ArrayList<BigInteger> actualDivisors = Main.getDivisors(new BigInteger("22"));

Assert.assertEquals(actualDivisors, expectedDivisors);

}

@Test

public void unitTest2() {

boolean actualResult = Main.isPrimitive(new BigInteger("5"), new BigInteger("23"), Main.getDivisors(new BigInteger("22")));

Assert.assertTrue(actualResult);

actualResult = Main.isPrimitive(new BigInteger("6"), new BigInteger("23"), Main.getDivisors(new BigInteger("22")));

Assert.assertFalse(actualResult);

}

@Test

public void unitTest3() {

BigInteger primitiveRoot = Main.generatePrimitiveRoot(new BigInteger("23"));

System.out.println("Primitive root: " + primitiveRoot);

Assert.assertTrue(Main.isPrimitive(primitiveRoot, new BigInteger("23"), Main.getDivisors(new BigInteger("22"))));

}

}

import org.junit.Assert;

import org.junit.Test;

import java.math.BigInteger;

public class ParticipantTEST {

@Test

public void unitTest(){

Participant alice = new Participant("Алиса", new BigInteger("23"), new BigInteger("5"));

Participant bob = new Participant("Алиса", new BigInteger("23"), new BigInteger("5"));

System.out.println(alice.getName() + ": x = " + alice.getPrivateInt() + ", X = " + alice.publicInt);

System.out.println(bob.getName() + ": y = " + bob.getPrivateInt() + ", X = " + bob.publicInt);

alice.calculateKey(bob.publicInt);

bob.calculateKey(alice.publicInt);

System.out.println("Key = " + alice.getKey());

Assert.assertEquals(alice.getKey(), bob.getKey());

}

}